

## SISTEMI DI NUMERAZIONE

### 1 - DECIMALE

Nel sistema decimale ogni numero può essere espresso come somma di potenze di 10 (la prima cifra a destra è la cifra meno significativa e rappresenta l'unità mentre la più a sinistra è la cifra a maggior peso o più significativa):

es.  $213 = 2 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$

$$525,27 = 5 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2}$$

Per come sono espresso i 2 esempi quando si scrive un numero decimale si scrivono soltanto le cifre che moltiplicano le potenze del 10.

In generale:

$$N = p_{n-1} \cdot B^{n-1} + p_{n-2} \cdot B^{n-2} + \dots + p_0 \cdot B^0$$
$$= \sum_{j=0}^{n-1} p_j \cdot B^j$$

dove N = generico numero intero  
B = base del sistema  
 $p_j$  = la cifra nella generica posizione j  
n = numero delle cifre

Nel caso  $213 = \sum_{j=0}^2 p_j \cdot B^j = 2 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$

Nel caso più generale:  $N = \sum_{j=-m}^{n-1} p_j \cdot B^j$

### 2- BINARIO

E' il sistema di numerazione usato dai calcolatori ed è composto dalle cifre 0 e 1 alle quali corrispondono gli stati OFF - ON.

#### CONVERSIONE BINARIO - DECIMALE

## CONVERSIONE DECIMALE - BINARIO

Si divide ripetutamente per 2 fino ad avere un quoziente nullo. Il numero binario risultante è composto dai resti delle successive divisioni procedendo a ritroso:

es. 
$$\begin{array}{r} 25 \mid 2 \\ \hline 1 \\ \hline 12 \mid 2 \\ \hline 0 \\ \hline 6 \mid 2 \\ \hline 0 \\ \hline 3 \mid 2 \\ \hline 1 \\ \hline 1 \mid 2 \\ \hline 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

$(25)_{10} = (11001)_2$

N.B. Tale metodo non può essere usato per numeri con parte frazionaria.

Si ovvia a questo inconveniente effettuando una divisione (vedi più avanti):

$$0,25 = 25:100 \quad \begin{array}{l} (25)_{10} = (11001)_2 \\ (100)_{10} = (1100100)_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11001 \mid 1100100 \\ \hline 0,01 \end{array}$$

## ADDIZIONE BINARIA

Si esegue allo stesso modo di quella decimale con le seguenti convenzioni:

$$\begin{array}{l} 0 + 0 = 0 \\ 0 + 1 = 1 + 0 = 1 \\ 1 + 1 = 0 \text{ con riporto di } 1 \end{array}$$

Es. 
$$\begin{array}{r} 15 + \\ 14 = \\ \hline 29 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \ 1 \ 1 \quad \text{riporti} \\ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ + \\ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ = \\ \hline 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 + \\ 15 + \\ 7 = \\ \hline 34 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \ 1 \quad \text{riporti} \\ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \quad \text{riporti} \\ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ + \\ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ + \\ 1 \ 1 \ 1 \ = \\ \hline 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \end{array}$$



La moltiplicazione si può intendere come addizione ripetuta.

### DIVISIONE BINARIA

Per eseguire la divisione binaria si seguono le regole fondamentali della corrispondente operazione decimale. Se il divisore ha N bit, si confrontano gli N bit più significativi del dividendo col divisore:

- se il dividendo è maggiore o uguale del divisore, prima la cifra del quoziente è 1 e quindi si sottrae il divisore al dividendo ottenendo l'eventuale resto alla cui destra si aggiunge il bit N+1 del dividendo per ripetere il confronto;
- se il dividendo è minore del divisore, la prima cifra del quoziente è 0 e si ripete il confronto tra il dividendo costituito da N+1 bit e il divisore;
- le operazioni indicate si ripetono sino a che il resto è nullo oppure non si è ottenuta l'approssimazione desiderata.

Es.    1 0 0 1 0    | 1 0 1  
      1 0 0  
      1 0 0 1    | 0 1 1  
      - 1 0 1  
      -----  
          1 0 0 0  
      - 1 0 1  
      -----  
          0 1 1 resto

Es.    69 : 3 = 23    1 0 0 0 1 0 1    | 1 1  
                          1 0 0  
                          - 1 1  
                          -----  
                              1 0 1  
                              - 1 1  
                              -----  
                                  1 0 0  
                                  - 1 1  
                                  -----  
                                      1 1

N.B. Da tutto questo si può dedurre che l'operazione fondamentale del sistema binario è quella dell'addizione in quanto le altre operazioni possono essere ricondotte ad essa.

### 3 - OTTALE

E' un sistema a base 8. Per rappresentare un qualsiasi numero in questo sistema sono necessari 8 simboli corrispondenti alle prime otto cifre decimali:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

#### CONVERSIONE OTTALE - DECIMALE

es.:  $(213)_8 = 2 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = (139)_{10}$

#### CONVERSIONE DECIMALE - OTTALE

$$\begin{array}{r|l} 177 & 8 \\ \hline 1 & 22 \\ & 6 \\ & | & 8 \\ & 2 & | & 8 \\ & & | & 0 \end{array} \quad (177)_{10} = (261)_8$$

#### CONVERSIONE BINARIO - OTTALE

Si sistemano i numeri binari in gruppi di 3 cifre iniziando da quelli più a destra; in seguito si trasformano i gruppi in ottale tenendo conto che se il gruppo più a sinistra non contiene 3 bit, i bit mancanti sono assunti come 0:

$$\begin{array}{r} (11011)_2 = 011 \cdot 011 = (33)_8 \quad (27)_{10} \\ \quad \quad \quad | \quad | \\ \quad \quad \quad 3 \quad 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (1111)_2 = 001 \cdot 111 = (17)_8 \quad (15)_{10} \\ \quad \quad \quad | \quad | \\ \quad \quad \quad 1 \quad 7 \end{array}$$

#### CONVERSIONE OTTALE - BINARIO

Tale conversione risulta immediata, basta sostituire ad ogni cifra ottale i 3 bit corrispondenti.

$$\begin{array}{r} (44)_8 = (100100)_2 \quad (36)_{10} \\ | \quad | \\ 100 \quad 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (121)_8 = (1010001)_2 \quad (81)_{10} \\ | \quad | \quad | \\ 001 \quad 010 \quad 001 \end{array}$$

#### 4 - ESADECIMALE

E' un sistema a base 16 composto dalle cifre 0, 1, ..., 9 e dalle lettere A, B, C, D, E, F  
In definitiva i 16 simboli del sistema esadecimale sono:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

corrispondenti ai primi 16 numeri decimali.

#### CONVERSIONE ESADECIMALE - DECIMALE

$$(1BC)_{16} = 1 \cdot 16^2 + 11 \cdot 16^1 + 12 \cdot 16^0 = (444)_{10}$$

$$(FFF)_{16} = 15 \cdot 16^2 + 15 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 = (4095)_{10}$$

#### CONVERSIONE DECIMALE - ESADECIMALE

$$\begin{array}{r|l} 177 & 16 \\ \hline 1 & 11 \\ & B \\ & \hline & 0 \end{array} \quad (177)_{10} = (B1)_{16}$$

$$\begin{array}{r|l} 32 & 16 \\ \hline 0 & 2 \\ & \hline & 0 \end{array} \quad (32)_{10} = (20)_{16}$$

#### CONVERSIONE BINARIO - ESADECIMALE

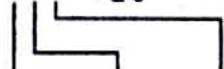
Valgono le stesse regole della conversione binario - ottale tenendo però presente di dividere i numeri binari in gruppi da 4 bit ciascuno.

$$(157)_{10} \quad (10011101)_2 = \begin{array}{c} 1001 \\ | \\ 9 \end{array} \cdot \begin{array}{c} 1101 \\ | \\ D \end{array} = (9D)_{16}$$

#### CONVERSIONE ESADECIMALE - BINARIO

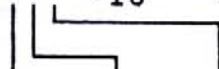
Questo tipo di conversione risulta immediato, basta sostituire ad ogni cifra i 4 bit corrispondenti:

$$(FFF)_{16} = (111111111111)_2$$



1111 1111 1111

$$(3A5)_{16} = (1110100101)_2$$



0011 1010 0101