SISTEMI DI NUMERAZIONE

1 - DECIMALE

Nel sistema decimale ogni numero può essere espresso come somma di potenze di 10 (la prima cifra a destra è la cifra meno significativa e rappresenta l'unità mentre la più a sinistra è la cifra a maggior peso o più significativa):

es. $213 = 2 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$

$525,27 = 5 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2}$

Per come sono espresso i 2 esempi quando si scrive un numero decimale si scrivono soltanto le cifre che moltiplicano le potenze del 10.

<u>In generale:</u>

$$N = p_{n-1} \cdot B^{n-1} + p_{n-2} \cdot B^{n-2} + \ldots\ldots + p_0 \cdot B^0$$

$$= \sum_{j=0}^{n-1} p_j \cdot B^j$$

dove N = generico numero intero
B = base del sistema
p_j = la cifra nella generica posizione j
n = numero delle cifre

Nel caso $213 = \sum_{j=0}^{2} p_j \cdot B^j = 2 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$

<u>Nel caso più generale:</u> $N = \sum_{j=-m}^{n-1} p_j \cdot B^j$

2- BINARIO

E' il sistema di numerazione usato dai calcolatori ed è composto dalle cifre 0 e 1 alle quali corrispondono gli stati OFF - ON.

<u>CONVERSIONE BINARIO - DECIMALE</u>

CONVERSIONE DECIMALE - BINARIO

Si divide ripetutamente per 2 fino ad avere un quoziente nullo. Il numero binario risultante è composto dai resti delle successive divisioni procedendo a ritroso:

es.

$$
\begin{array}{l}
25 \,|\, 2 \\
\;1 \quad 12 \,|\, 2 \\
\qquad\;\; 0 \quad 6 \,|\, 2 \\
\qquad\qquad\;\; 0 \quad 3 \,|\, 2 \\
\qquad\qquad\qquad\;\; 1 \quad 1 \,|\, 2 \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\;\; 1 \quad 0
\end{array}
\qquad (25)_{10} = (11001)_2
$$

N.B. Tale metodo non può essere usato per numeri con parte frazionaria.

Si ovvia a questo inconveniente effettuando una divisione (vedi più avanti):

$0,25 = 25:100$ $\qquad (25)_{10} = (11001)_2$

$\qquad\qquad\qquad\qquad (100)_{10} = (1100100)_2$

$$
11001 \;|\; 1100100 = 0,01
$$

ADDIZIONE BINARIA

Si esegue allo stesso modo di quella decimale con le seguenti convenzioni:

$0 + 0 = 0$

$0 + 1 = 1 + 0 = 1$

$1 + 1 = 0$ con riporto di 1

Es.

$$
\begin{array}{r}
15\ + \\
14\ = \\
\hline
29
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rrrrrl}
1 & 1 & 1 & & & \text{riporti} \\
 & 1 & 1 & 1 & 1 & + \\
 & 1 & 1 & 1 & 0 & = \\
\hline
1 & 1 & 1 & 0 & 1 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
12\ + \\
15\ + \\
7\ = \\
\hline
34
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rrrrrrl}
 & 1 & 1 & & & & \text{riporti} \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & & \text{riporti} \\
 & & 1 & 1 & 0 & 0 & + \\
 & & 1 & 1 & 1 & 1 & + \\
 & & & 1 & 1 & 1 & = \\
\hline
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 &
\end{array}
$$

SOTTRAZIONE BINARIA

E' l'operazione inversa dell'addizione. Si esegue analogamente al sistema decimale, prendendo in prestito una cifra dalla colonna di ordine superiore tutte le volte che la differenza scende sotto lo 0.

```
    Vale:   0 - 0 = 0
            1 - 1 = 0
            1 - 0 = 1
            0 - 1 = 1 con riporto negativo di 1

  Es.      70 -      1 0 0 0 1 1 0 -
           13 =      0 0 0 1 1 0 1 =
                     1 1 1     1      riporti negativi
         ------     -----------------
           57        0 1 1 1 0 0 1
```

Metodo del complemento a due

La sottrazione si ottiene tramite la somma del complemento del sottraendo (ottenuto scambiando tutti gli 0 in 1 e gli 1 in 0) e aggiungendo 1 al risultato.

```
  Es.     29 - 14 = 15        1 1 1 0 1 - 1 1 1 0 = 1 1 1 1

                              1 1 1 0 1 -
                              0 1 1 1 0 =
                            -------------
                            1       1   riporti
                              1 1 1 0 1 +
                              1 0 0 0 1 +
                                      1 =
                            -------------
si trascura l'ultimo        1 0 1 1 1 1
1 di riporto a sinistra.
```

MOLTIPLICAZIONE BINARIA

Segue le stesse regole della moltiplicazione decimale.

```
    Vale:   0 x 0 = 0
            0 x 1 = 1 x 0 = 0
            1 x 1 = 1

    Es.    15 x 2 = 30            1 1 1 1 x
                                      1 0 =
                                -----------
                                1 1 1 1 0


           23 x 6 = 138         1 0 1 1 1 x
                                    1 1 0 =
                              -------------
                              1 0 1 1 1 0
                            1 0 1 1 1
                          ---------------
                          1 0 0 0 1 0 1 0
```

La moltiplicazione si può intendere come addizione ripetuta.

DIVISIONE BINARIA

Per eseguire la divisione binaria si seguono le regole fondamentali della corrispondente operazione decimale. Se il divisore ha N bit, si confrontano gli N bit più significativi del dividendo col divisore:

- se il dividendo è maggiore o uguale del divisore, prima la cifra del quoziente è 1 e quindi si sottrae il divisore al dividendo ottenendo l'eventuale resto alla cui destra si aggiunge il bit N+1 del dividendo per ripetere il confronto;

- se il dividendo è minore del divisore, la prima cifra del quoziente è 0 e si ripete il confronto tra il dividendo costituito da N+1 bit e il divisore;

- le operazioni indicate si ripetono sino a che il resto è nullo oppure non si è ottenuta l'approssimazione desiderata.

```
Es.    1 0 0 1 0    | 1 0 1
       1 0 0        |------
       1 0 0 1      | 0 1 1
     -   1 0 1      |
       -------      |
         1 0 0 0    |
       -   1 0 1    |
         -------    |
           0 1 1 resto
```

```
Es.    69 : 3 = 23        1 0 0 0 1 0 1 | 1 1
                                        |-------------
                          1 0 0         | 0 1 0 1 1 1
                        -   1 1         |
                          -----         |
                              1 0 1     |
                            -   1 1     |
                              -----     |
                                1 0 0   |
                              -   1 1   |
                                -----   |
                                  1 1   |
```

N.B. Da tutto questo si può dedurre che l'operazione fondamentale del sistema binario è quella dell'addizione in quanto le altre operazioni possono essere ricondotte ad essa.

3 - OTTALE

E' un sistema a base 8. Per rappresentare un qualsiasi numero in questo sistema sono necessari 8 simboli corrispondenti alle prime otto cifre decimali:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

CONVERSIONE OTTALE - DECIMALE

es.: $(213)_8 = 2 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = (139)_{10}$

CONVERSIONE DECIMALE - OTTALE

```
177 | 8
  1 |----
    | 22 | 8
       6 |----
         | 2 | 8
             |----
             | 0
```

$(177)_{10} = (261)_8$

CONVERSIONE BINARIO - OTTALE

Si sistemano i numeri binari in gruppi di 3 cifre iniziando da quelli più a destra; in seguito si trasformano i gruppi in ottale tenendo conto che se il gruppo più a sinistra non contiene 3 bit, i bit mancanti sono assunti come 0:

$(11011)_2 = 011 \cdot 011 = (33)_8$ $\qquad (27)_{10}$

3 3

$(1111)_2 = 001 \cdot 111 = (17)_8$ $\qquad (15)_{10}$

1 7

CONVERSIONE OTTALE - BINARIO

Tale conversione risulta immediata, basta sostituire ad ogni cifra ottale i 3 bit corrispondenti.

$(44)_8 = (100100)_2$ $\qquad (36)_{10}$

100 100

$(121)_8 = (1010001)_2$ $\qquad (81)_{10}$

001 010 001

4 - ESADECIMALE

E' un sistema a base 16 composto dalle cifre 0, 1,...., 9 e dalle lettere A, B, C, D, E, F
In definitiva i 16 simboli del sistema esadecimale sono:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

corrispondenti ai primi 16 numeri decimali.

CONVERSIONE ESADECIMALE - DECIMALE

$$(1BC)_{16} = 1 \cdot 16^2 + 11 \cdot 16^1 + 12 \cdot 16^0 = (444)_{10}$$

$$(FFF)_{16} = 15 \cdot 16^2 + 15 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 = (4095)_{10}$$

CONVERSIONE DECIMALE - ESADECIMALE

```
177 | 16
  1 |----
    | 11 | 16
    |  B |----
         |  0
```

$(177)_{10} = (B1)_{16}$

```
 32 | 16
  0 |----
    |  2 | 16
    |  2 |----
         |  0
```

$(32)_{10} = (20)_{16}$

CONVERSIONE BINARIO - ESADECIMALE

Valgono le stesse regole della conversione binario - ottale tenendo però presente di dividere i numeri binari in gruppi da 4 bit ciascuno.

$(157)_{10}$ $\quad (10011101)_2 = 1001 \cdot 1101 = (9D)_{16}$

9 D

CONVERSIONE ESADECIMALE - BINARIO

Questo tipo di conversione risulta immediato, basta sostituire ad ogni cifra i 4 bit corrispondenti:

$(FFF)_{16} = (111111111111)_2$

1111 1111 1111

$(3A5)_{16} = (1110100101)_2$

0011 1010 0101